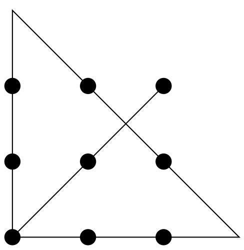
Heller Farkas Elsős Verseny megoldásai

2011. november 9.

1. feladat megoldása:

1. Hali Egyik Ajtó Előtt Álló Egyik Droid! A másik ajtónál álló igazmondó droid szerint te mit felelnél arra az egyszerű kérdésre, hogy itt van-e Leia és Han?
2. Paradoxon. Ugyanis négy lehetőségből egyenletesen random választunk, és 25% valószínűséggel találunk el egy helyes választ. De a 25% kétszer szerepel, így az esélyünk 50%. De az már csak egyszer szerepel, így 25% valószínűséggel találjuk el... (végtelen hurok)
3.



2. Feladat megoldása:

a) Legyen az ajánlatunk p, a cég értéke pedig x.
Ajánlatunkat elfogadják, ha $p \geq x$.
De csak akkor éri meg, ha $p \leq 1,5x$, azaz $\frac{2p}{3} \leq x$.

A várható érték, feltéve, hogy elfogadják éppen az ár fele. Továbbá felhasználva, hogy a nyereségem/veszteségem is egyenletes az érték változása szerint. A várható profitom mindig negatív, így számomra 0 az optimális ajánlat.

Magyarul: $\mathbf{E}(x|x \leq p) = \frac{p}{2} < \frac{2p}{3} \Rightarrow p^* = 0$

b) Ugyanaz az érvelés, de már $x \geq \frac{p}{2}$ -től megéri. Így minden $p \in [0, 10000000]$ optimális!

3. feladat megoldása:

a) Igazságos ár, ahol a termék ára megegyezik a a felhasznált erőforrások egységnyi termékre jutó költségével, formálisan:

$$p_1 = w_1 + 3 \cdot w_2$$

$$p_2 = 2 \cdot w_1 + w_2$$

Egyensúly: ahol mind a termékek, mind az erőforrások piacán pontosan megegyezik a kínált és a keresett javak mennyisége.

b) Bazaltból elhasználnak:

$$x_1 + 2 \cdot x_2 = 40$$

Fából elhasználnak

$$3 \cdot x_1 + x_2 = 45$$

A kersleteket visszaírva ebbe az egyenletrendszerbe :

$$\frac{40}{p_1} + \frac{120}{p_2} = 40$$

$$\frac{120}{p_1} + \frac{60}{p_2} = 45$$

Amit megoldva kapjuk, hogy $p_1 = 4$ $p_2 = 4$ $x_1 = 10$ $x_2 = 15$ Innen, az igazságos árat feltételezve:

$$4 = w_1 + 3 \cdot w_2$$

$$4 = 2 \cdot w_1 + w_2$$

megoldva $w_1 = 0.8$ $w_2 = 1.6$

c) Az előző egyenleteket kell egy kicsit módosítani, azaz bazaltból elhasználnak:

$$x_1 + 2 \cdot x_2 = 40$$

Fából elhasználnak

$$3 \cdot x_1 + x_2 = 60$$

A kersleteket visszaírva ebbe az egyenletrendszerbe :

$$\frac{40}{p_1} + \frac{120}{p_2} = 40$$

$$\frac{120}{p_1} + \frac{60}{p_2} = 60$$

Amit megoldva kapjuk, hogy $p_1 = 2.5$ $p_2 = 5$ $x_1 = 16$ $x_2 = 12$ Innen, az igazságos árat feltételezve:

$$2.5 = w_1 + 3 \cdot w_2$$

$$5 = 2 \cdot w_1 + w_2$$

megoldva $w_1 = 2.5$ $w_2 = 0$ ami pontosan azt jelenti, hogy így a fa nem lesz korlátozó a termelés szempontjából. A termelés alakulása pedig azt mutatja, hogy az intenzívebben használt termelési tényező növekedése növeli a termelt mennyiséget , míg a másik termék mennyisége csökken. (x_1 relatíve több faanyagot használ, mint x_2)

d) Cobb-Douglas $\alpha = \frac{2}{5}, m = 100$.

4. feladat megoldása:

a) Nyilván a 3. és a 4. projekt.

b) EGY lehetséges algoritmus:

START: Kiszámolom minden lehetőségre a haszon/költség arányt. Egészen addig bevenni újabb befektetést, amíg a korlátot el nem érjük, ekkor az utolsó befektetés nem egészen kerül be.

ITERÁCIÓ: Kiveszem az utolsó befektetést, megnézem mit vegyek be helyette (nem kell, hogy egészen be tudjon kerülni, de olyat nem választhatok, amit már vizsgáltam). VAGY Bent hagyom, és a fölötte lévő befektetést veszem ki. A kikötéseket (amiket már kivettem, betettem) lejegyzem, hogy az algoritmus véges legyen.

VÉGE: Azokat az ágakat, ahol egészértékű megoldás van, összehasonlítom a profit alapján. Ahol maximális, azt a döntés fogom választani.

c) Mely esetek versengenek egyáltalán ezért a posztért?

2.projekt + 1 milliárdot megtartok ahol $\frac{2}{3}$ eséllyel lesz 11.5 milliárd a profitom

3.projekt + 4.projekt ahol $0,01$ eséllyel lesz 307 milliárd forintom.

4. projekt + 2 milliárdot megtartok 9 milliárd forint a profitom.

Látszik, hogy az első változat a válasz.

5. feladat megoldása

Nem, ugyanis nincs olyan tétel, amelyben az I-k száma hárommal osztható. Indukciós bizonyítás:

alapeset: Az axiómára igaz az állítás ($\#I = 1$)

indukciós feltevés: Tegyük fel, hogy az állítás igaz, így egy tetszőleges számú véges átalakítás után kapott tételre igaz az állítás.

Most ellenőrizzük, hogy a négy szabály egyike sem változtatja meg az $\#I$ hárommal való oszthatóságát.

Első szabály: Ez a szabály megduplázza az I-k számát, de persze ha $\#I$ nem többszöröse a háromnak, akkor $2 \cdot \#I$ sem lesz az.

Második szabály: Nem változtatja $\#I$-t.

Harmadik szabály: Éppen hárommal csökkenti $\#I$-t, azaz a hárommal való oszthatóság nem változik.

Negyedik szabály: Nem változtatja $\#I$-t.

Tehát az indukciós feltevés helyes volt.